2024秋季初二数学每日一题打卡006

定义：如果两条线段将一个三角形分成3个小等腰三角形，我们把这两条线段叫做这个三角形的“三分线”.

(1) 如图1，在ΔABC中，$AB=AC$，点D在AC边上，且$AD=BD=BC$，求$\angle A$的大小；

(2) 在图1中过点C作一条线段CE，使BD，CE是ΔABC的三分线；在图2中画出顶角为45°的等腰三角形的“三分线”，并标注每个等腰三角形顶角的度数；

(3) 在ΔABC中，$\angle B=30^\circ$，AD和DE是ΔABC的“三分线”，点D在BC边上，点E在AC边上，且$AD=BD$，$DE=CE$，请直接写出$\angle C$所有可能的值.

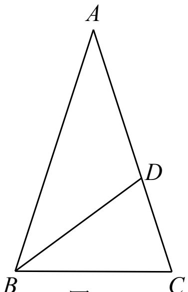


图1

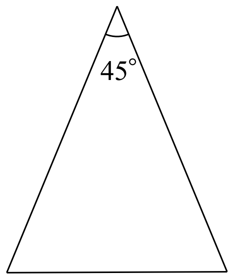


图2

试题解析

定义：如果两条线段将一个三角形分成3个小等腰三角形，我们把这两条线段叫做这个三角形的三分线.

(1) 如图1，在ΔABC中，$AB=AC$，点D在AC边上，且$AD=BD=BC$，求$\angle A$的大小；

解：(1) $\because AB=AC$，$\therefore \angle ABC=\angle C$，

$\because BD=BC=AD$，$\therefore \angle A=\angle ABD$，$\angle C=\angle BDC$，

设$\angle A=\angle ABD=x$，则$\angle BDC=2x$，$\angle C=\dfrac{180^\circ-x}{2}$，可得$2x=\dfrac{180^\circ-x}{2}$，

解得：$x=36^\circ$，则$\angle A=36^\circ$；

(2) 在图1中过点C作一条线段CE，使BD，CE是ΔABC的三分线；在图2中画出顶角为45°的等腰三角形的三分线，并标注每个等腰三角形顶角的度数；

【分析】(2) 根据(1)的解题过程作出ΔABC的三等分线：

45°自然想到等腰直角三角形，过底角一顶点作对边的高，发现形成一个等腰直角三角形和直角三角形.

直角三角形斜边的中线可形成两个等腰三角形；

第二种情形以一底角作为新等腰三角形的底角，则另一底角被分为45°和22.5°，再以22.5°分别作为等腰三角形的底角或顶角，易得其中作为底角时所得的三个三角形恰都为等腰三角形；

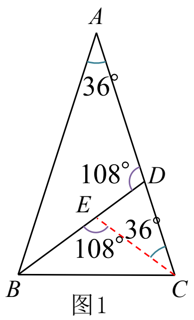


图1

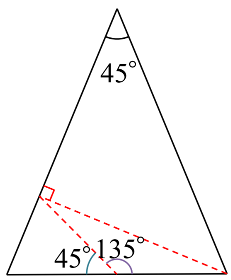


图2

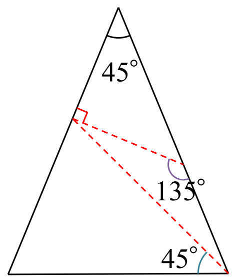
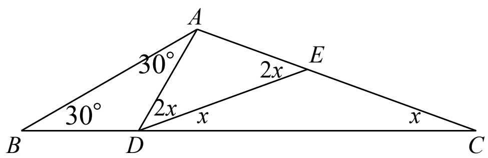


图2

(3) 在ΔABC中，$\angle B=30^\circ$，AD和DE是ΔABC的三分线，点D在BC边上，点E在AC边上，且$AD=BD$，$DE=CE$，请直接写出$\angle C$所有可能的值.

【分析】(3) 用量角器，直尺标准作30°角，而后确定一边为BA，一边为BC，根据题意可以先固定BA的长，而后可确定D点，再分别考虑AD为等腰三角形的腰或者底边，兼顾A、E、C在同一直线上，易得2种三角形ABC；根据图形易得$\angle C$的值；

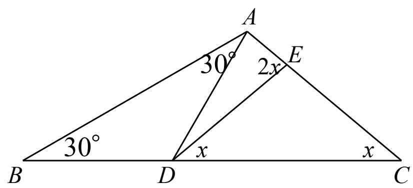
(3) 如图所示：



①当$AD=AE$时，

$\because 2x+x=30^\circ+30^\circ$，

$\therefore x=20^\circ$；



②当$AD=DE$时，

$\because 30^\circ+30^\circ+2x+x=180^\circ$，

$\therefore x=40^\circ$；

综上所述，$\angle C$为20°或40°的角.